



Stat-Wi-Ing: Ein kompetenz- und praxisorientiertes Blended Learning Konzept zur Statistik

Marina Weingartz, Udo Kamps
Institut für Statistik und Wirtschaftsmathematik

Talk Lehre am 29.06.2016

Ausgangssituation

- große Servicevorlesung (V3 Ü1)
- Motivationsproblem bei Inhalten
- verändertes Studierverhalten

- verändertes Studierverhalten, Nutzen von Online-Angeboten
- allgemeine Akzeptanz von eLearning-Elementen
- Unterstützung bei BL-Umsetzungen

Konsequenz

Neu-Konzeption der „Statistik“ als integrierte 4-std. Veranstaltung (Dozenten: Cramer, Kamps, Kateri)

- Theorie
 - unterstützte Online-Phasen
 - Präsenzphasen
 - Alternativangebote (Skript, Folien, Lehr-/Lernumgebung)
 - Begleitangebote (Diskussionsstunden, Selbsttests, ...)
- Übung
 - integrierte Übungen
 - Blockübungen mit aktiven Phasen und Interaktion
 - Begleitangebote (Diskussionsstunden, Fragetage, ...)
- Motivation
 - praxisorientierte Ausrichtung durch engen Bezug zur Statistik in Normen (DIN, EN) und VDI-Richtlinien

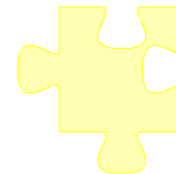
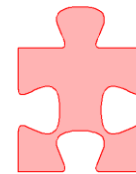
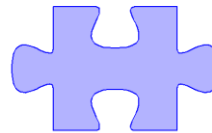
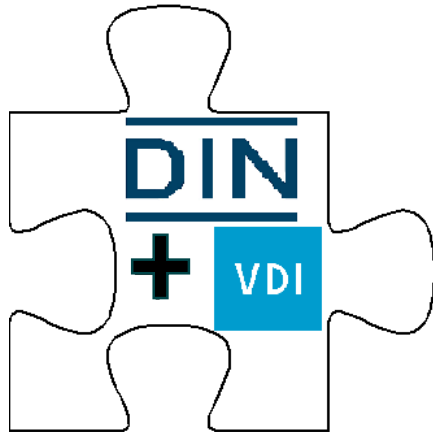
In diesem Umfeld: Promotionsprojekt (Marina Weingartz) mit zielgruppenspezifischer Hochschuldidaktik, Inhaltsstruktur, -aufbereitung, grafischer Unterstützung (Applets)

Zwei große Baustellen



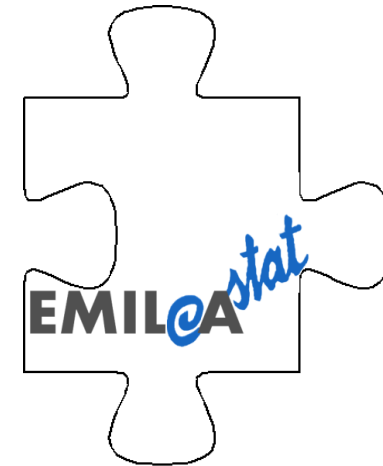
- Präsentation der Inhalte

- Normen (DIN, EN) und VDI-Richtlinien
- Anwendungsbeispiele
- situiertes/kontextgebundenes Lernen statt kontextunabhängiger Beispiele

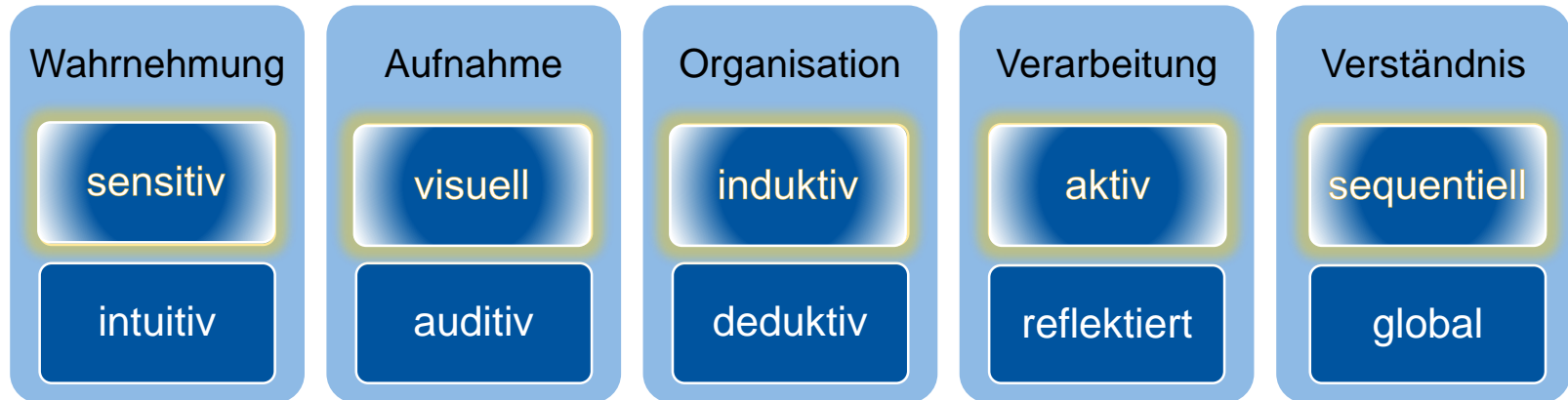


- Veränderung der Methodik

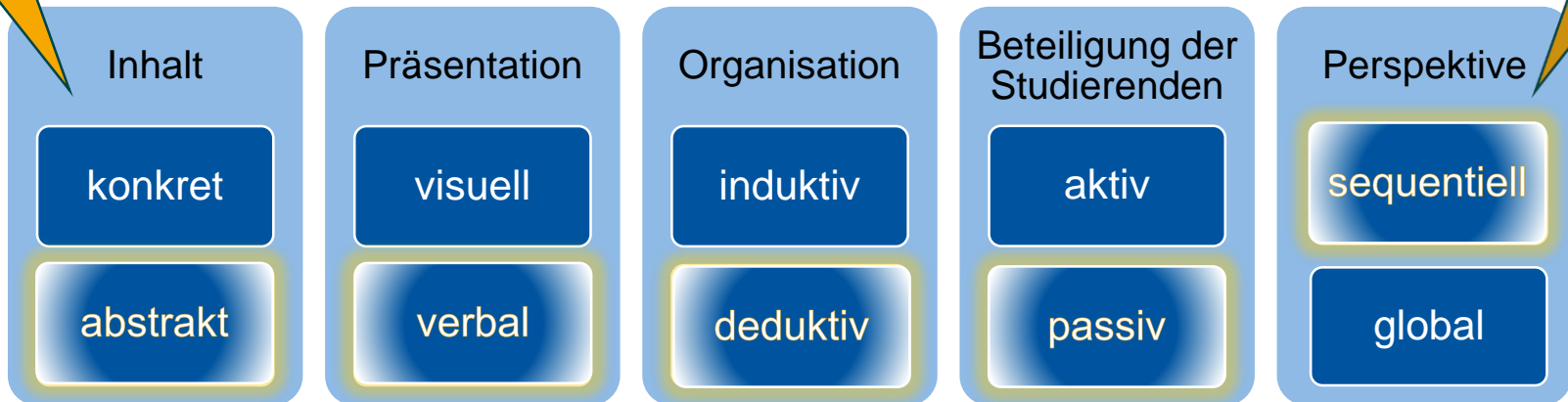
- Blended Learning
- Online-/Selbstlernphasen mit EMILeA-stat/Skript/Folien
- interaktive Applets (GeoGebra)
- individuelle Lernansprache



Lehr- und Lernmethoden in der Hochschuldidaktik (Felder/Silverman)

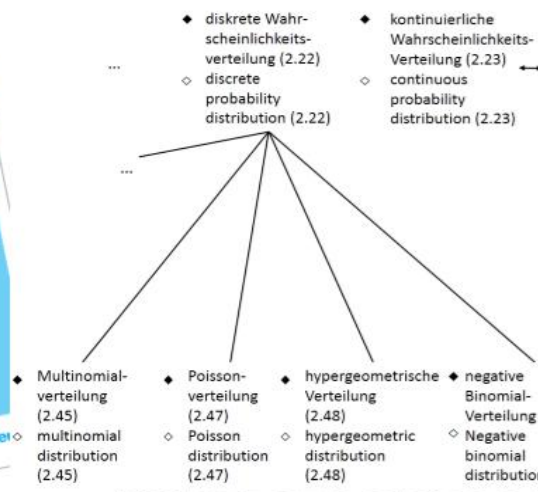


“The mismatches between the prevailing teaching style [...] and the learning styles [...] have several serious consequences.” (Felder)

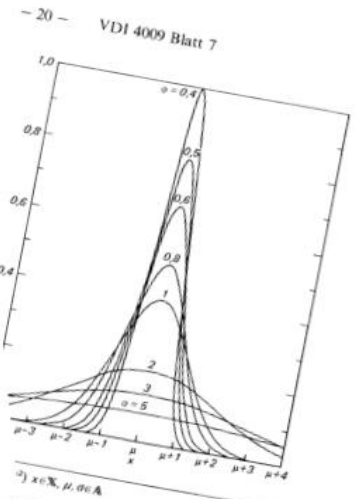


Reinmann-Rothmeier: Betonung des Innovationspotentials von Blended Learning in der Hochschullehre

Normen und Richtlinien



Beispiel
 Zwei Zufallsvariable X_1, X_2 heißen gleichverteilt im Rechteck
 $a_1 \leq X_1 \leq b_1,$
 $a_2 \leq X_2 \leq b_2,$
 wenn die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der Punkt X_1, X_2 in irgendein im Innern dieses Rechtecks gelegenes Gebiet fällt, der Fläche dieses Gebietes proportional ist, Bild 1.



2.35.2 Erwartungswert

μ
 -diskrete Verteilung- Summe der Produkte aus x_i und der Wahrscheinlichkeitsfunktion (2.24) $p(x_i)$
BEISPIEL 1 Sei X eine diskrete Zufallsvariable (2.28), die beschreibt, wie oft beim Werfen dreier echter Münzen das Ergebnis „Kopf“ eintrifft. Die Wahrscheinlichkeitsfunktion ist

$$P(X=0) = 1/8$$

$$P(X=1) = 3/8$$

$$P(X=2) = 3/8$$

$$P(X=3) = 1/8$$

Daher ist der Erwartungswert von X

$$0(1/8) + 1(3/8) + 2(3/8) + 3(1/8) = 12/8 = 1,5$$

2.35.2 mean μ
 -discrete c...
EXAMPLE 1 (2.28) repres the tossing o...
 Hence, the mea...
 $0(1/8) + 1(3/8) + 2(3/8) + 3(1/8) = 12/8 = 1,5$

Nr	Benennung	Definition
1 Eindimensionale stetige Wahrscheinlichkeitsverteilungen		
1.1	Normalverteilung normal distribution distribution normale	Wahrscheinlichkeitsverteilung einer stetigen Zi... scheinlichkeitsdichte $g(x) = g(x; \mu, \sigma^2)$ $= \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2 \right];$ Parameter: $\mu, \sigma > 0$. Anmerkung 1: μ ist der Erwartungswert und... Normalverteilung. Anmerkung 2: Auch „Gauß-Verteilung“.
1.1.1	Standardisierte Normalverteilung standardized normal distribution distribution normale réduite	Wahrscheinlichkeitsverteilung einer stetiger... scheinlichkeitsdichte $\varphi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{u^2}{2} \right); -\infty < u < \infty$ Anmerkung 1: Die standardisiert normalve... malverteilten Zufallsgröße X mit der $U = \frac{X-\mu}{\sigma}$. Anmerkung 2: Die Verteilungsfunktion der standardisierten Normalvertei... lung wird mit $\Phi(u)$ bezeichnet.

DK 519.2 : 31 : 001.4 : 003.82
 DEUTSCHE NORM
 November 1982
Stochastik
 Mathematische Statistik
 Begriffe und Zeichen
 Stochastics; mathematical statistics: concepts, signs and symbols
DIN 13 303
 Teil 2
Inhalt

Vorbemerkung	Seite
1 Grundbegriffe der mathematischen Statistik	1
2 Statistische Tests	2
3 Punktschätzer	4
4 Bereichsschätzer	7
Zitierte Normen	9
Erläuterungen	11
Stichwortverzeichnis	11

DIN ISO 3534-1

2.35.2

Erwartungswert

μ

<diskrete Verteilung> Summe der Produkte aus x_i und der **Wahrscheinlichkeitsfunktion** (2.24) $p(x_i)$

BEISPIEL 1 Sei X eine **diskrete Zufallsvariable** (2.28), die beschreibt, wie oft beim Werfen dreier echter Münzen das Ergebnis „Kopf“ eintritt. Die Wahrscheinlichkeitsfunktion ist

$$P(X = 0) = 1/8$$

$$P(X = 1) = 3/8$$

$$P(X = 2) = 3/8$$

$$P(X = 3) = 1/8$$

Daher ist der Erwartungswert von X

$$0(1/8) + 1(3/8) + 2(3/8) + 3(1/8) = 12/8 = 1,5$$

2.35.2

mean

μ

<discrete distribution> summation of the product of x_i and the **probability mass function** (2.24) $p(x_i)$

EXAMPLE 1 Consider a **discrete random variable** X (2.28) representing the number of heads resulting from the tossing of three fair coins. The probability mass function is

$$P(X = 0) = 1/8$$

$$P(X = 1) = 3/8$$

$$P(X = 2) = 3/8$$

$$P(X = 3) = 1/8$$

Hence, the mean of X is

$$0(1/8) + 1(3/8) + 2(3/8) + 3(1/8) = 12/8 = 1,5$$



DIN 53804-1

Anhang A (normativ) Beispiele aus der Textiltechnik

A.1 Beispiel zu 5.3. Berechnung von Mittelwert und Varianz aus Einzelwerten:

Drehungsermittlungen an einem Garn

Bei der Drehungsermittlung an einem Garn ergeben sich die in Tabelle A.1 aufgeführten zehn Einzelwerte.

Ergebnisse:

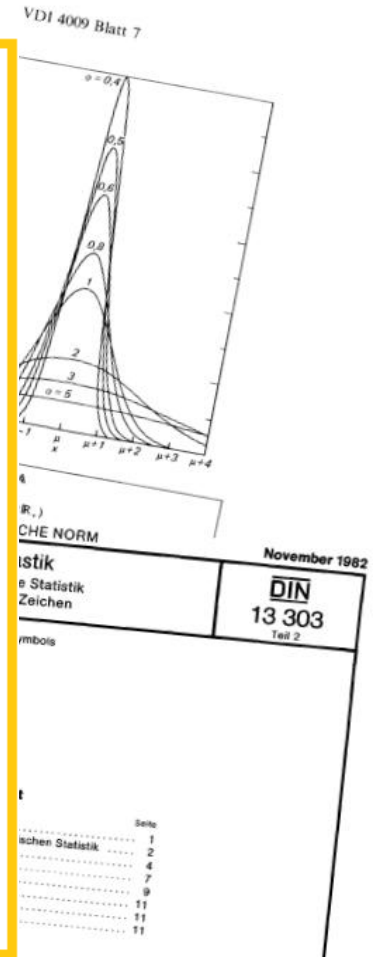
Berechnung mit Hilfe der Einzelwerte:

Nach Formel (4): Mittelwert

$$\bar{x} = \frac{1}{10} 4178 = 417,8$$

nach Formel (11): Varianz

$$s^2 = \frac{1}{9} \left(1746572 - \frac{1}{10} 4178^2 \right) = 111,5$$



2.35.2
Erwartungswert
 μ
-diskrete Verteilung- Summe der Produkte aus x_i und der Wahrscheinlichkeitsfunktion (2.24) $p(x_i)$

BEISPIEL 1 Sei X eine diskrete Zufallsvariable (2.28), die beschreibt, wie oft beim Werfen dreier echter Münzen das Ergebnis „Kopf“ eintrifft. Die Wahrscheinlichkeitsfunktion ist

$P(X=0) = 1/8$
 $P(X=1) = 3/8$
 $P(X=2) = 3/8$
 $P(X=3) = 1/8$

Daher ist der Erwartungswert von X

$0(1/8) + 1(3/8) + 2(3/8) + 3(1/8) = 12/8 = 1,5$

Normen und Richtlinien



- ◆ diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung (2.22)
- ◇ discrete probability distribution (2.22)

- ◆ kontinuierliche Wahrscheinlichkeitsverteilung (2.23)
- ◇ continuous probability distribution (2.23)

- ◆ Wahrscheinlichkeitsdichte (2.26)
- ◇ probability density function (2.26)

Beispiel
Zwei Zufallsvariable X_1, X_2 heißen gleichverteilt im Rechteck
 $a_1 \leq X_1 \leq b_1,$
 $a_2 \leq X_2 \leq b_2,$
wenn die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der Punkt X_1, X_2 in irgendein im Innern dieses Rechtecks gelegenes Gebiete dieses Gebietes proportional

strukturierte, praxisorientierte Erarbeitung der Schließenden Statistik

- Parameterschätzung
- Konfidenzbereiche
- statistische Tests

2.35.2 Erwartungswert
 μ
-> diskrete Verteilung - Summe der Produkte aus x_j und der Wahrscheinlichkeitsfunktion (2.24) $p(x_j)$

BEISPIEL 1 Sei X eine diskrete Zufallsvariable (2.28), die beschreibt, wie oft beim Werfen dreier echter Münzen das Ergebnis „Kopf“ eintrifft. Die Wahrscheinlichkeitsfunktion ist

$P(X=0) = 1/8$
 $P(X=1) = 3/8$
 $P(X=2) = 3/8$
 $P(X=3) = 1/8$

Daher ist der Erwartungswert von X

$0(1/8) + 1(3/8) + 2(3/8) + 3(1/8) = 12/8 = 1,5$

1.1	<p>Standardisierte Normalverteilung standardized normal distribution distribution normale réduite</p>	<p>$\varphi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{u^2}{2}\right]; -\infty < u < \infty$</p> <p>Anmerkung 1: Die standardisierte normalverteilten Zufallsgröße X mit der</p> $U = \frac{X - \mu}{\sigma}$ <p>Anmerkung 2: Die Verteilungsfunktion der standardisierten Normalverteilung wird mit $\Phi(u)$ bezeichnet.</p>
-----	--	--

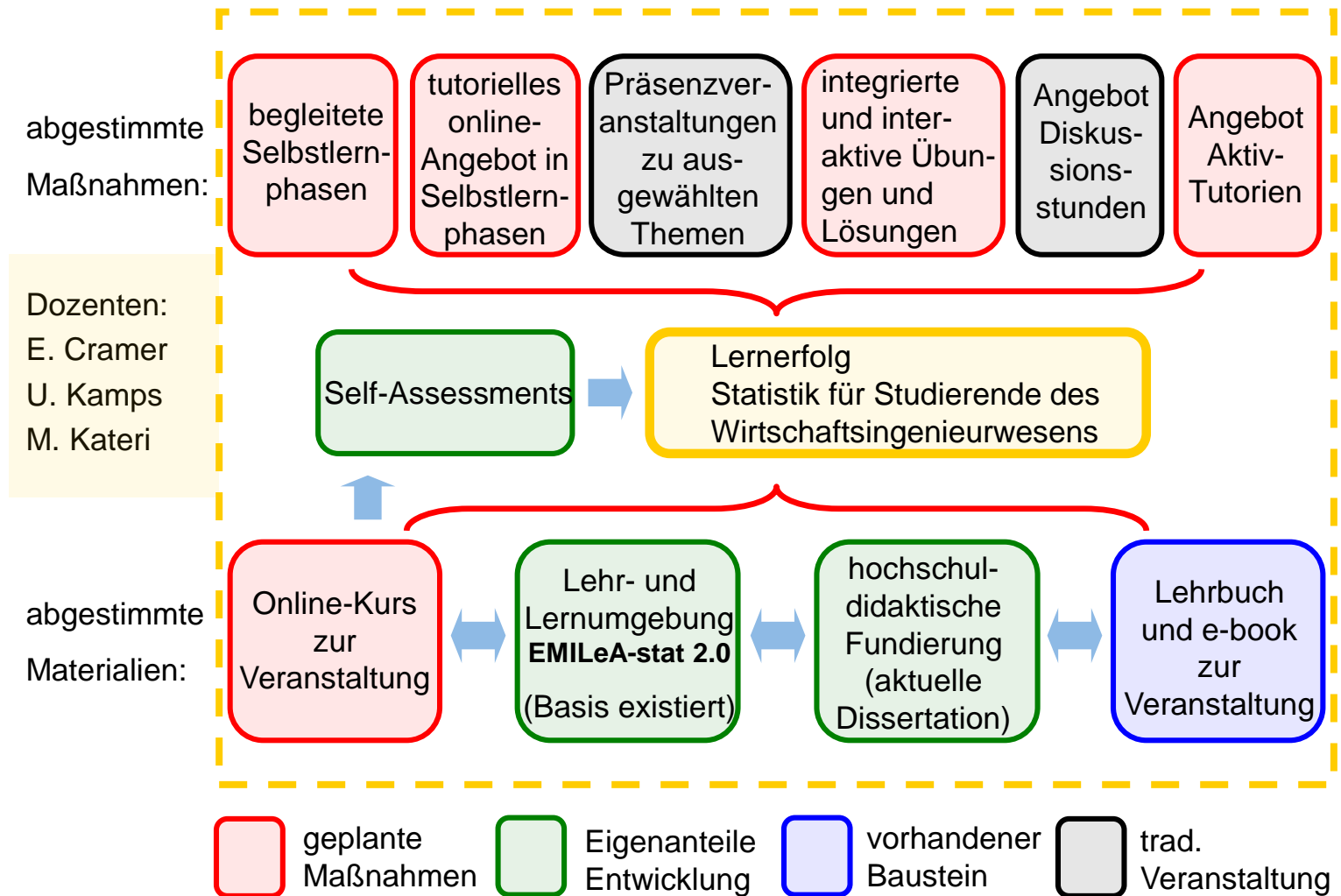
November 1982
DIN 13 303
 Teil 2

Stochastik
 Mathematische Statistik
 Begriffe und Methoden

inhalt

Vorbemerkung	Seite
1 Grundbegriffe der mathematischen Statistik	1
2 Statistische Tests	2
3 Punktschätzer	4
4 Bereichsschätzer	7
Zitierte Normen	9
Erläuterungen	11
Stichwortverzeichnis	11

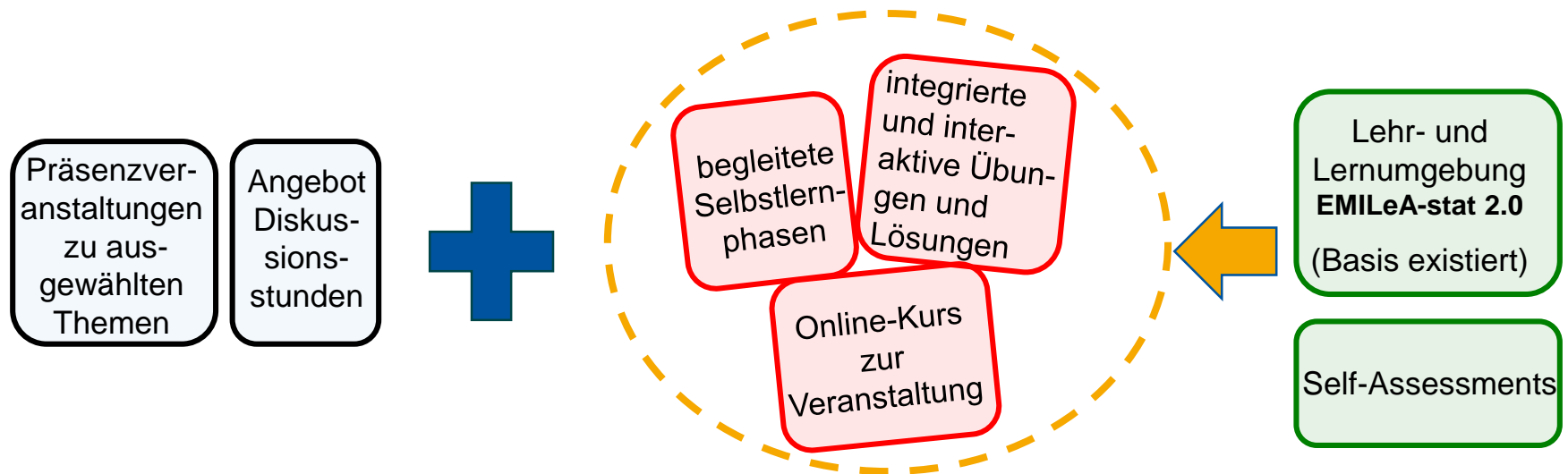
Organisation



Blended Learning

„Traditionellerweise wird unter Blended Learning die Mischung von Phasen der Präsenz mit Phasen des E-Learning verstanden.“ (Baumgartner)

„Die Wissensaneignung durch Selbstlernaktivitäten mit Medien bietet gegenüber Präsenzmaßnahmen eine erhöhte zeitliche und räumliche Flexibilität, [...] die Möglichkeit, die Geschwindigkeit der Bearbeitung, aber auch die Intensität der Bearbeitung von Inhalten, selbst zu wählen.“ (Kerres)





Eine Multimediale Internetbasierte und Interaktive Lehr- und Lernumgebung in der Angewandten Statistik

Anmelden + Registrieren

Startseite
Stöbern
Suchen

Inhaltsverzeichnis
Theorie (ML-Schätzer)

- EMIL@stat
- EMIL@stat Modulwelt
 - Schließende Statistik
 - Informatiker und Ingenieure (einfach)
 - Punktschätzung
 - Maximum-Likelihood-Methode
 - Momenten-Methode
 - Chi-Quadrat-Minimum-Methode
 - Gütebetrachtung
 - bei linearer Regression
 - Bereichsschätzung
 - Testverfahren
- Beschreibende Statistik
- Mathematische Grundlagen
- Stochastik in der Schule
- Wahrscheinlichkeitsrechnung
- Kurse

● Informatiker und Ingenieure (einfach)

● Informatiker und Ingenieure (mittel)

● Mathematiker

Seite 2 von 7

Theorie zum ML-Schätzer

Maximum-Likelihood-Prinzip:

Wähle den Schätzer derart, dass die gegebene Beobachtung mit der theoretisch größtmöglichen Wahrscheinlichkeit erscheint (bzw. erscheinen würde). Die Dichte wird also bei fester Beobachtung in dem/den freien Parameter/n maximiert. Seien $X_1, \dots, X_n \stackrel{iid}{\sim} P_\vartheta, \vartheta \in \Omega$ sowie x_1, \dots, x_n eine Realisation von X_1, \dots, X_n . Dann heißt die durch

$$L(\vartheta \mid x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} \prod_{i=1}^n P_\vartheta(X_i = x_i) & P_\vartheta \text{ ist eine diskrete Verteilung} \\ \prod_{i=1}^n f_\vartheta(x_i) & P_\vartheta \text{ ist eine stetige Verteilung mit Dichte } f_\vartheta \end{cases}$$

definierte Funktion $L(\cdot \mid x_1, \dots, x_n) : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ Likelihoodfunktion.

Der Logarithmus der Likelihoodfunktion wird log-Likelihoodfunktion genannt und mit $l = \ln L$ bezeichnet. Oft ist es aus rechtechnischen Gründen sinnvoll die log-Likelihoodfunktion anstelle der Likelihoodfunktion zu betrachten, was bezüglich des Maximums keinen Unterschied macht, da wegen der Monotonie des Logarithmus die Maximalstellen übereinstimmen.

Eine Lösung $\hat{\vartheta} = \hat{\vartheta}(x_1, \dots, x_n)$ des Maximierungsproblems $L(\vartheta) \rightarrow \max_{\vartheta \in \Omega}$, d.h. es gilt

$$L(\hat{\vartheta}) \geq L(\vartheta) \quad \forall \vartheta \in \Omega,$$

erzeugt den Maximum-Likelihood-Schätzer $\hat{\vartheta} = \hat{\vartheta}(X_1, \dots, X_n)$.

- EMILeA-stat
 - EMILeA-stat Modulwelt
 - Schließende Statistik
 - Informatiker und Ingenieure (einfach)
 - Punktschätzung
 - Maximum-Likelihood-Methode
 - Momenten-Methode
 - Chi-Quadrat-Minimum-Methode
 - Gütebetrachtung
 - Informatiker und Ingenieure (einfach)
 - Erwartungstreue (eines Schätzers)
 - Mittlerer quadratischer Fehler
 - Rechenaufgabe
 - bei linearer Regression
 - Bereichsschätzung
 - Testverfahren
 - Beschreibende Statistik
 - Mathematische Grundlagen
 - Stochastik in der Schule
 - Wahrscheinlichkeitsrechnung
 - Kurse



Multiple-Choice Frage 1

Die Zufallsvariablen X_1, \dots, X_4 seien unabhängig identisch verteilt mit Wahrscheinlichkeitsverteilung P_μ , welche vom unbekanntem Erwartungswert $\mu \in \Theta = (0, \infty)$ der X_i abhängt. \hat{v} sei eine erwartungstreue Schätzfunktion für $\mu \in \Theta$. Betrachten Sie folgende Aussagen:

- $E_\mu(\hat{v}) = \mu$ für alle $\mu \in \Theta$
- $E_\mu(\hat{v}) = E_\mu(X_1)$ für alle $\mu \in \Theta$
- $E_\mu(\hat{v}) = E_\mu(X_1 X_2 X_3)$ für alle $\mu \in \Theta$
- $E_2(\hat{v}) = E_2(X_1 X_2 X_3 - 6)$
- $E_\mu(\hat{v}) = E_\mu(\frac{1}{4}(X_1 + X_2 + X_3 + X_4))$ für alle $\mu \in \Theta$

(E_μ bezeichne hierbei den Erwartungswert bei gegebener Verteilung P_μ , $\mu \in \Theta$.)

Welche dieser Aussagen sind richtig?

- alle außer (4) und (5)
- alle
- alle außer (3)
- nur (1)
- alle außer (3) und (4)

Multiple-Choice Frage 1

Die Zufallsvariablen X_1, \dots, X_4 seien unabhängig identisch verteilt mit Wahrscheinlichkeitsverteilung P_μ , welche vom unbekanntem Erwartungswert $\mu \in \Theta = (0, \infty)$ der X_i abhängt. $\hat{\vartheta}$ sei eine erwartungstreue Schätzfunktion für $\mu \in \Theta$. Betrachten Sie folgende Aussagen:

1. $E_\mu(\hat{\vartheta}) = \mu$ für alle $\mu \in \Theta$
2. $E_\mu(\hat{\vartheta}) = E_\mu(X_1)$ für alle $\mu \in \Theta$
3. $E_\mu(\hat{\vartheta}) = E_\mu(X_1 X_2 X_3)$ für alle $\mu \in \Theta$
4. $E_2(\hat{\vartheta}) = E_2(X_1 X_2 X_3 - 6)$
5. $E_\mu(\hat{\vartheta}) = E_\mu(\frac{1}{4}(X_1 + X_2 + X_3 + X_4))$ für alle $\mu \in \Theta$

(E_μ bezeichne hierbei den Erwartungswert bei gegebener Verteilung P_μ , $\mu \in \Theta$.)

Welche dieser Aussagen sind richtig?

- alle außer (4) und (5)
- alle
- alle außer (3)
- nur (1)
- alle außer (3) und (4)

Prüfen

GeoGebra-Applets

Konfidenzintervalle in: DIN 13303-2, DIN ISO 3534-1, DIN 18709-4, DIN 53598-1, VDI 4009-2

Konfidenzintervalle bei Normalverteilung $N(\mu, \sigma^2)$

Marina Weingartz, RWTH Aachen University

Konfidenzniveau $1 - \alpha = 0.95$

Anz. mit gehaltenem 1

n

2 5 10 50 100

σ

1 2 3 4 5

Neu

Konfidenzniveau

1

Starte 20 Simulationen Stopp Reset

$$\left[\bar{x} - u_{1-\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + u_{1-\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$$

Anteil der Intervalle, die den Erwartungswert überstreichen : **0.95**

Anteil der Intervalle, die den Erwartungswert nicht überstreichen **0.05**

$$\left[\bar{x} - t_{1-\alpha/2}(n-1) \frac{s}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + t_{1-\alpha/2}(n-1) \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$$

Anteil der Intervalle, die den Erwartungswert überstreichen : **0.95**

Anteil der Intervalle, die den Erwartungswert nicht überstreichen : **0.05**

μ

$\mu - 2\sigma$ $\mu - \sigma$ $\mu + \sigma$ $\mu + 2\sigma$

μ

$\mu - 2\sigma$ $\mu - \sigma$ $\mu + \sigma$ $\mu + 2\sigma$

- Blended Learning Erarbeitung der Bereiche:
Beschreibende Statistik, Wahrscheinlichkeitsrechnung, ...
- Durchführung SS 17, SS 18 mit Evaluationen
- Verstetigung der Abläufe
- Übertragung des Konzepts

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit